



# AKO SA VYHNÚŤ KONSOLIDAČNEJ PASCI

*(Technický materiál)*

Zuzana Múčka

Technický materiál 01/2026

16.03.2026

## Ako sa vyhnúť konsolidačnej pasci (Technický materiál)

Zuzana Múčka<sup>12</sup>

**Cieľom skúmaného problému je identifikovať a charakterizovať úspešné konsolidačné stratégie, čiže také kombinácie fiškálnych nástrojov, ktoré pri danej fixnej fiškálnej trajektórii vyžadujú v neskoršom období po skončení konsolidácie najmenšiu potrebu dodatočnej konsolidácie<sup>3</sup>. Tento materiál predstavuje náčrt postupu ich určenia a vysvetľuje dôvody použitia zvoleného prístupu v súbežne zverejnenej diskusnej štúdie RRZ<sup>4</sup>, ktorá posudzuje konsolidačné stratégie z hľadiska dlhodobých dopadov na ekonomiku a verejné financie.**

### Generická konsolidačná stratégia

Zvolená konsolidačná stratégia je hodnotená relatívne ku tzv. generickej konsolidácii, čiže stratégii zachovávajúcej súčasné nastavenie príjmových aj výdavkových politík pri postupnej redukcii deficitu podľa vopred definovanej<sup>5</sup> trajektórie.

Generická konsolidačná stratégia je z hľadiska zmeny politického nastavenia neutrálna, zachováva status quo<sup>6</sup> politických a spoločenských preferencií a relatívne nastavenie jednotlivých fiškálnych nástrojov – absolútne zmeny sa robia proporčne<sup>7</sup>.

### Dynamický optimalizačný problém

Potreba dodatočnej konsolidácie  $g^s$  v neskoršom období po skončení vyhodnocovanej konsolidácie,  $[T_0^E, T_{NE}^E]$ , implikovaná voľbou konkrétnej konsolidačnej stratégie  $s$  počas obdobia konsolidácie  $[T_0^C, T_{NC}^C]$  je definovaná pomocou konceptu čistej súčasnej hodnoty ako

$$\Delta g_{[T_1^E, T_{NE}^E] | \mathcal{F}_{T_0^C}}^s = \mathbb{E}_{T_0^C} \left[ \sum_{t=T_1^E}^{T_{NE}^E} \beta^{t-T_1^E} (G_t^s - G_t^{s_0}) \middle| \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (1)$$

<sup>1</sup> zuzana.mucka@rrz.sk

<sup>2</sup> Za pripomienky k tomuto materiálu ďakujeme J.Hledíkovi (EK), M.Labajovi, M.Marenčákovi a B.Reľovskému (všetci NBS)

<sup>3</sup> Pre každú zvolenú konsolidačnú stratégiu vyplýva potreba dodatočnej konsolidácie v neskoršom, vyhodnocovacom období z konkrétnej voľby fiškálnych opatrení v rámci tej stratégie a ich makroekonomických dôsledkov na rast HDP, jednotlivé fiškálne ukazovatele (dlh, deficit) či rizikové prírážky.

<sup>4</sup> Múčka, Z., Kandričák, J., Koško, J., Majher, P. (2026): [Ako sa vyhnúť konsolidačnej pasci](#). Diskusná štúdia RRZ č. 1/2026. Ďalej v texte uvádzané ako „diskusná štúdia“.

<sup>5</sup> Stabilita konsolidačnej stratégie medzi rokmi konsolidácie zabezpečí jednoduchú škálovateľnosť riešenia v prípade zmenenej konsolidačnej trajektórie či konsolidačného cieľa, pričom charakter riešenia (proporcie jednotlivých fiškálnych opatrení) ostáva zachovaný.

<sup>6</sup> Nemenia sa aktuálne platné nastavenia daňovo-odvodového systému, príjmovej a výdavkovej štruktúry rozpočtu VS, či parametre dôchodkového systému.

<sup>7</sup> V takejto stratégii nemá policy-maker žiadnu pridanú hodnotu. Ak je nejaká stratégia hodnotená ako lepšia než generická znamená to, že policy-maker presadzujúci z nej vyplývajúce opatrenia má pridanú hodnotu pri dosahovaní kvalitnejšej konsolidácie. Relatívne porovnanie stratégií odstraňuje problém súvisiaci s makro-fiškálnymi dopadmi starnutia populácie. V jeho dôsledku nebude na dlhodobú stabilizáciu deficitu a dlhu stačiť do roku 2028 znížiť deficit pod 3 percentá, bez pokračovania v konsolidácii sa koncom budúcej dekády dostane deficit na 4,5 percenta HDP, a ani akokoľvek dobre zvolená stratégia v rokoch 2026 až 2028 nedokáže dlhodobou udržať deficit pod hranicou 3 percent HDP.

Cieľom rozumnej<sup>8</sup> vlády je voliť konsolidačné stratégie tak, aby maximalizovali (1) na dostatočne dlhom období,  $[T_0^E, T_{NE}^E]$ , pričom svoje voľby formulujú zohľadňujúc dnešné najpresnejšie očakávania o vývoji sveta,

$$\max_s \Delta g_s^s \left[ T_1^E, T_{NE}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (2)$$

Všetky konsolidačné stratégie  $s$  sledujú počas obdobia konsolidácie rovnakú očakávanú konsolidačnú trajektóriu (resp. konsolidačný cieľ)

$$\mathbb{E}_{T_0^C}(\mathcal{G}_t^s \mid \mathcal{F}_{T_0^C}) = \mathbb{E}_{T_0^C}(\mathcal{G}_t^{s_0} \mid \mathcal{F}_{T_0^C}) \text{ pre } t \in [T_0^C, T_{NC}^C] \quad (3)$$

Úlohou je teda nájsť konsolidačné stratégie  $s$ , ktoré maximalizujú úlohy (1) - (2), pri podmienke (3) a exogénom ohraničení<sup>9</sup> povolených zmien v jednotlivých modelových fiškálnych nástrojoch  $x_t^{1,s}, \dots, x_t^{M,s}$ , v porovnaní s ich východiskovými hodnotami  $x_{T_0^C}^{1,s}, \dots, x_{T_0^C}^{M,s}$

$$\begin{aligned} s &= \{s_t\} \text{ pre } t \in [T_0^C, T_{NE}^E] \\ \text{kde } s_t &\equiv \Delta x_t^s \equiv \{\Delta x_t^{1,s}, \dots, \Delta x_t^{M,s}\} \in \mathcal{B}_t \text{ pre } t \in [T_0^C, T_{NE}^E]. \\ \text{a } \Delta x_t^s &= \Delta x_{T_0^C}^s \text{ pre } t \in [T_0^E, T_{NE}^E] \end{aligned} \quad (4)$$

Podmienka (4) znamená, že úpravy<sup>10</sup> v jednotlivých modelových fiškálnych nástrojoch sa vykonávajú len v konsolidačnom období  $[T_0^C, T_{NC}^C]$ , neskôr, vo vyhodnocovacom období  $[T_0^E, T_{NE}^E]$  sú trajektórie jednotlivých fiškálnych nástrojov zafixované na príslušných hodnotách z času  $T_{NC}^C$ . Znamená to, že počas vyhodnocovacieho obdobia,  $[T_0^E, T_{NE}^E]$ , sa nepredpokladá žiadna ďalšia konsolidácia.

V optimalizačnej úlohe platí nasledovné označenie:

$\mathcal{G}_t^s$	Modelom implikované celkové sadlo verejných financií pri stratégii $s$ v čase $t$
$\mathcal{G}_t^{s_0}$	Modelom implikované celkové saldo verejných financií pri generickej konsolidácii ( $s_0$ ) v čase $t$
$M$	Počet (modelových) fiškálnych nástrojov
$x_t^{j,s}$	Trajektória fiškálneho nástroja $j \in \{1, \dots, M\}$ v stratégii $s$ v časoch $t \in \{T_0^C, \dots, T_{NE}^E\}$

<sup>8</sup> Predpoklad rozumnej vlády sa vzťahuje na jej záujem maximalizácie očakávaných budúcich benefitov vyplývajúcich z voľby konkrétnej konsolidačnej stratégie na dlhodobom horizonte, presahujúcom jej predpokladaný mandát.

<sup>9</sup> Ohraničenia fiškálnych nástrojov zohľadňujú ich dlhodobý vývoj v krajinách EÚ, ako aj regionálne špecifiká a demografickú situáciu. Sú volené primerane robustne, aby brali do úvahy aj odchýlky a mieru variability v čase a medzi krajinami, avšak neumožňovali nerealistické, prakticky nedosiahnuteľné riešenia. V rámci ich definície však treba zabezpečiť, aby ich „s veľkou rezervou“ spĺňala generická konsolidácia. Východiskový stav ekonomiky a ohraničenia fiškálnych nástrojov vo veľkej miere formujú charakteristiku úspešných konsolidačných stratégií. Zároveň sa nepredpokladá explicitne nezáporné ohraničenie pre daňové nástroje (ani vo forme jednoročnej resp. celkovej zmeny). Znamená to, že tento prístup a ohraničenia (4) umožňujú čiastočnú dekonsolidáciu prostredníctvom zníženia zvolených daňových sadzieb, avšak za cenu ešte výraznejších škrtov na rézii štátu.

<sup>10</sup> Nie je nevyhnutné, aby konsolidačné stratégie modelovo umožňovali zmeny vo všetkých existujúcich fiškálnych nástrojoch, a to či z dôvodu nutnosti štruktúrného modelovania zmeny v ekonometrickom modeli (napríklad plnohodnotne modelovaný viacparametrický penzijný systém), hlbokjej previazanosti nástrojových parametrov a sledovania odporúčaní od zahraničných inštitúcií (napríklad tempo valorizácie plátov vo verejnom sektore), či možných výrazných negatívnych dôsledkov zmien v danom nástroji, ktoré by však bolo možné zachytiť až výrazne za horizontom vyhodnocovania (dlhodobo pozitívne efekty výrazného zníženia odvodov do druhého piliera, ktoré však budú neskôr kompenzované dodatočnými výraznými nákladmi verejných financií). Do okruhu fiškálnych nástrojov použiteľných v rámci tejto analýzy nepatria ani úrokové náklady (D.4), nakoľko vláda ich môže ovplyvniť len čiastočne a nepriamo.

$\bar{x}_t^j$	Trajektória fiškálneho nástroja $j \in \{1, \dots, M\}$ v scenári nezmenených politík v časoch $t \in \{T_0^C, \dots, T_{NE}^E\}$
$\Delta x_t^{j,s}$	Zmena v trajektórii fiškálneho nástroja $j \in \{1, \dots, M\}$ v stratégii $s$ v časoch $t \in \{T_0^C, \dots, T_{NE}^E\}$ meraná voči očakávanej trajektórii toho istého nástroja v scenári nezmenených politík
$\mathcal{B}_t$	Ohraničenia fiškálnych nástrojov v čase $t$
$\mathcal{F}_{T_0^C}$	Informačná množina v čase $T_0^C$
$\beta$	Riziko-neutrálny časový diskontný faktor
$T_0^C$	Východiskový rok (2025)
$[T_1^E, T_{NE}^E]$	Vyhodnocovacie obdobie (2029 až 2040), $T_1^E = T_{NC}^C + 1$
$[T_1^C, T_{NC}^C]$	Obdobie konsolidovania (2026 až 2028) s fixnou konsolidačnou trajektóriou a rovnakým východiskovým stavom v roku 2025 ( $T_0^C$ )

V každom konsolidačnom scenári  $s$  je v čase zmena v jednotlivých nástrojoch  $\Delta x_t^{i,s}$  modelovaná voči očakávanému vývoju daného fiškálneho nástroja v scenári nezmenených politík<sup>11</sup>,  $\bar{x}_t^i$ ,

$$s \equiv \{s_t\} \equiv \{\Delta x_t^{i,s}\} \equiv \mathbb{E} \left\{ x_t^{i,s} - \bar{x}_t^i \middle| \mathcal{F}_{T_0^C}; i \in \{1, \dots, M\} \right\} \quad (5)$$

pre  $i \in \{1, \dots, M\}$  a  $t \in [T_0^C, T_{NE}^E]$

V tomto kontexte je generická konsolidácia definovaná celkovým objemom potrebných fiškálnych úprav v danom čase,

$$s^0 \equiv \{s_t^0\} \equiv \Delta x_t^{i,0} \equiv \mathbb{E} \left\{ x_t^{i,0} - \bar{x}_t^i \middle| \mathcal{F}_{T_0^C} \right\}$$

kde  $t \in [T_0^C, T_{NE}^E]$  a  $x_t^{i,0} = \Delta G_t^s \rho_t^i$

$$\text{pre } \rho_t^i = \frac{\bar{x}_t^i}{\sum_{j \in \{\text{výdavky}\}} \bar{x}_t^j + \sum_{j \in \{\text{dane}\}} \bar{x}_t^j \bar{\Phi}_t^j + \sum_{j \in \{\text{nedaňové príjmy}\}} \bar{x}_t^j}$$

pre  $t \in [T_0^C, T_{NE}^E]$

Platí, že:

- zvolené úpravy jednotlivých fiškálnych nástrojov sú v jednotlivých rokoch navzájom nezávislé, čiže konkrétna voľba hodnoty  $\Delta x_t^{i,s}$  v čase  $t$  neimplikuje jej hodnotu v čase  $t + 1$
- vo vyhynutí období  $[T_0^E, T_{NE}^E]$  sa stratégie už nemenia, sú nastavené na poslednú platnú hodnotu z času  $T_{NC}^C$ , t.j.

$$\Delta x_t^{i,s} = \Delta x_{T_{NC}^C}^{i,s} \text{ pre } i \in \{1, \dots, M\} \text{ a } t \in [T_0^E, T_{NE}^E]$$

- nepredpokladá sa prepojenie medzi úpravami v jednotlivých fiškálnych nástrojoch (nad rámec očakávaného dosiahnutia fiškálnej trajektórie)<sup>12</sup>, teda v rámci stratégií nie je modelovaný explicitný vzťah medzi  $\Delta x_t^{i,s}$  a  $\Delta x_t^{j,s}$ .

<sup>11</sup> Sledovanie zmien v jednotlivých nástrojoch voči ich očakávanej trajektórii v scenári nezmenených politík (t.j. bez konsolidácie), a nie voči príslušným hodnotám v čase  $T_0^C$  je zámerné – do veľkej miery totiž odstraňuje efekt starnutia populácie a dnes známej legislatívy (oba efekty sú prítomné v oboch scenároch).

<sup>12</sup> Znamená to, že optimalizačný problém nezohľadňuje možné obmedzenia úprav ani preferencie, úprava v nástroji  $i$  nijako neobmedzuje úpravy v nástroji  $j$  nad rámec požiadavky dosiahnutia predpísanej fiškálnej trajektórie.

Teda jedinou požiadavkou<sup>13</sup> je podmienka (3), teda aby prostredníctvom týchto úprav bola na horizonte dosiahnutá predpísaná trajektória. Preto je možné podmienky (3)-(4) upraviť nasledovne:

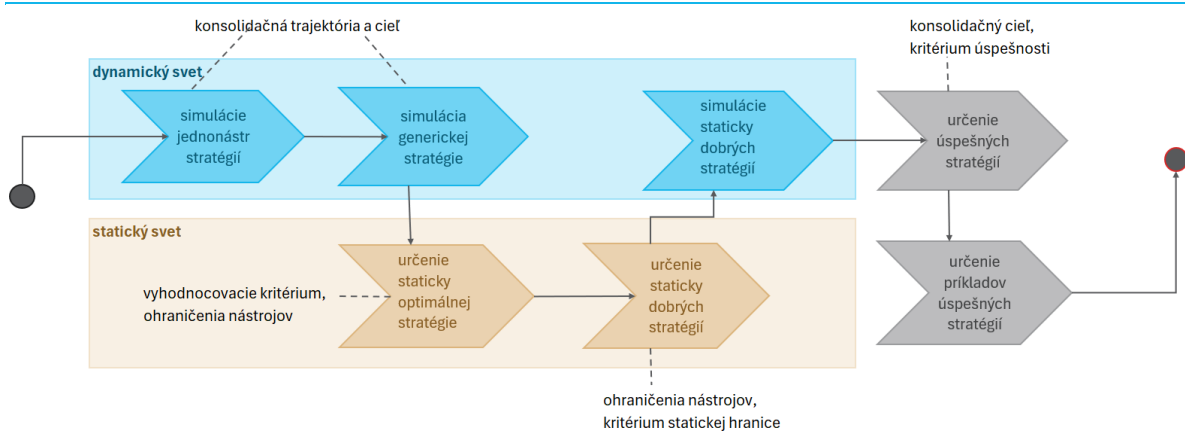
$$\mathbb{E}_{T_0^C}(\mathcal{G}_t^S(\Delta x_t^S)) = \mathbb{E}_{T_0^C}(\mathcal{G}_t^{S_0}(\Delta x_t^{S_0})), \text{ pre } t \in [T_0^C, T_{NC}^C] \quad (6)$$

$$\underline{\omega}^i \leq \mathbb{E}_{T_0^C}(\Delta x_t^{i,S} | \mathcal{F}_{T_0^C}) \leq \bar{\omega}^i, \text{ pre } i \in \{1, \dots, M\} \text{ a } t \in [T_0^C, T_{NE}^E] \quad (7)$$

kde  $\underline{\omega}^i$  a  $\bar{\omega}^i$  označujú jednoročné dolné a horné ohraničenia jednotlivých fiškálnych nástrojov použitých v tejto analýze<sup>14</sup>.

Z dôvodu zníženia komplexity riešenia, kvalitnejšej a robustnejšej definície ohraničení a zjednodušenia interpretácie a komunikácie výsledkov je priestor fiškálnych nástrojov na základe ich charakteristických vlastností popísaný pomocou siedmych výdavkových opatrení a štyroch príjmových opatrení<sup>15</sup>.

**Graf 11: Postup určenia dobrých konsolidačných stratégií**



Zdroj: RRZ

Dostupný modelový aparát je hlavný limitujúci faktor ambícií pri riešení<sup>16</sup> úlohy (1)-(4). Makroekonomické trajektórie jednotlivých konsolidačných stratégií, potrebných na vyhodnotenie vstupov sú na požadovanom horizonte (čiže do roku  $T_{NE}^E$ ) simulované prostredníctvom dynamického modelu OGRE<sup>17</sup>, vyvinutým RRZ.

<sup>13</sup> Inak povedané, fiškálna politika nie je a priori obmedzená v rozhodovaní o použití nástrojov. Jediným obmedzením je vládou stanovená trajektória konsolidácie.

<sup>14</sup> Kľúčovou podmienkou je zabezpečiť, aby konsolidačné stratégie hodnotené v rámci analýzy boli realistické. Konkrétne ide o veľkosť opatrení realizovaných pre jednotlivé fiškálne nástroje, ktorá musí byť obmedzená na realistickú veľkosť, či už z pohľadu medziročných zmien alebo výsledných úrovní, pričom v tejto analýze sa v každom roku konsolidácie zohľadňuje vždy prísnejšie z týchto dvoch kritérií (z toho dôvodu je možné ignorovať časové indexy pri hornom a dolnom ohraničení). Detailný popis určenia týchto ohraničení je uvedený v prílohe [diskusnej štúdie](#).

<sup>15</sup> Bližší popis jednotlivých príjmových a výdavkových opatrení uvažovaných v tejto analýze je uvedený v [diskusnej štúdií](#).

<sup>16</sup> Pokiaľ nie je k dispozícii plnohodnotný štruktúrally makroekonometrický model operujúci na požadovanom horizonte, zohľadňujúci dôsledky starnutia populácie a dodávajúci relevantné výstupy bez potreby manuálneho doladovania odpovede, možnosti vyhodnocovania sú ohraničené horizontom štyroch rokov od začiatku konsolidácie. To v prípade väčšieho a v čase rozloženého objemu konsolidácie limituje vierohodnosť, škálovateľnosť, časovú dostupnosť, no najmä trvácnosť odpovede.

<sup>17</sup> Ide o model dynamickej stochastickej rovnováhy so starnutím populácie, ktorého štruktúra a kalibrácia zodpovedá nastaveniu slovenskej ekonomiky v rámci eurozóny, slovenskej fiškálnej politiky a demografickým predikciám. Model je riešený a simulovaný v prostredí MATLAB 2024b s použitím balíčkov IRIS a DYNARE. Bližšie informácie o modeli OGRE sú uvedené na [stránke](#) RRZ.

Výlučne dynamický, simulačný prístup k riešeniu optimalizačnej úlohy (1)-(4) má však svoje náklady: časová náročnosť simulácií, hĺbkové a veľmi neefektívne prehľadávanie mnohorozmerného priestoru pri daných ohraničeniach na jednotlivé fiškálne nástroje, zameranie numerických algoritmov na hľadanie jediného riešenia a problém globálnych vs. lokálnych optím, nestabilita resp. značná závislosť nájdeného (staticky optimálneho) riešenia od daných ohraničení.

Vzhľadom na

- obmedzený výpočtový priestor, vyslovene nevhodný na mnohorozmerné vysoko nelineárne simulácie v dostatočne hustom priestore<sup>18</sup>;
- požiadavku dosiahnutia *real-time* riešenia pre akýkoľvek východiskový stav, fiškálnu trajektóriu a ohraničenia;
- požiadavky *stability riešenia* – čiže namiesto jediného optimálneho riešenia, výrazne závislého na každoročne sa meniacom východiskovom stave a ohraničeniach<sup>19</sup>, je lepšie charakterizovať množinu *dostatočne dobrých riešení*, ktorej volatilita je v porovnaní s identifikovaným jediným riešením podstatne nižšia a definuje rozsah odporúčaných konsolidačných stratégií v priebehu celého plánovaného horizontu konsolidácie;
- plánovanie a praktickú realizáciu fiškálnej politiky, najmä v oblasti daní<sup>20</sup>, tvorbu dlhodobých vízií o očakávanom nastavení fiškálnej politiky a dlhodobom makroekonomickom stave krajiny po skončení konsolidácie;
- formovanie charakteristiky úspešných konsolidačných stratégií pomocou východiskového stavu ekonomiky a ohraničenia fiškálnych nástrojov;

je pri riešení problému (1)-(4) zvolená kombinácia staticko-dynamického prístupu.

Statický prístup pomocou techník lineárneho programovania a evolučných algoritmov pomáha detegovať regióny stavového priestoru (3)-(4), v ktorých dosahuje optimalizačná funkcia (1)-(2) relatívne vysoké hodnoty. Tým sa zároveň určujú oblasti, v ktorých má zmysel dynamicky simulovať nelineárny makroekonomický model za účelom získania približného riešenia (1)-(4), nakoľko zachytenie interakcií jednotlivých makroekonomických a fiškálnych veličín pod vplyvom voľby konkrétnej stratégie je pre tento cieľ nevyhnutné.

### Statický optimalizačný problém

Za účelom zmenšenia stavového priestoru a zníženia zložitosti problému je zadaný problém lineárneho programovania, tzv. *aproximalizačná úloha*.

<sup>18</sup> Prístup technikou tzv. grid search by vyžadoval na spoľahlivé identifikovanie dostatočne dobrých riešení rádovo milión simulácií modelu OGRE.

<sup>19</sup> Východiskový stav ekonomiky (počiatočný stav dynamického modelu OGRE v rovniciach (1)-(7)) vo veľkej miere určuje (neohraničené) simulácie modelu a má tiež vplyv na formuláciu jednotlivých obmedzení (vyhodnocovaných vo forme rozdielov voči dlhodobého vývoju príslušných premenných v ostatných krajinách EÚ). Ohraničenia priamo limitujú rozsah a možnosti jednotlivých konsolidačných stratégií.

<sup>20</sup> Daňová legislatíva je spravidla výrazne viac stabilná ako výdavkové politiky vlád. Znamená to, že zmeny v oblasti jednotlivých typov daní sú obvykle menej časté, avšak prichádzajú s vyššou magnitúdou.

Vzhľadom na to, že v úlohe lineárneho programovania (aproximalizačná úloha) sa predpokladá, že v rámci každej stratégie ostávajú váhy<sup>21</sup> jednotlivých fiškálnych nástrojov aj úprav v nich počas celého konsolidačného obdobia nezmenené, môže byť aproximačná úloha definovaná ako:

$$\max_z \Delta \tilde{g}^s \left[ T_1^E, T_{NE}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (8)$$

$$\text{kde } \Delta \tilde{g}^s \left[ T_1^E, T_{NE}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] = \mathbb{E}_{T_0^C} \left[ \beta^{[0, T_{NE}^E - T_1^E + 1]} \cdot (\mathcal{G}_t^{\{i\}} - \mathcal{G}_t^{s^0}) \cdot z \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, \{\gamma^i\}_{i=1}^M \right], \quad (9)$$

pri ohraničeniach (totožných s ohraničeniami dynamickej úlohy)

$$\underline{\omega}^i \leq \gamma^i z^i \leq \overline{\omega}^i \quad (10)$$

$$\mathbf{1}'z = 1 \quad (11)$$

$$\mathbb{E}_{T_0^C} \left( \mathcal{G}_t(s^i) - \mathcal{G}_t(s^0) \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, t \in [T_0^C, T_{NC}^C] \right) = 0 \quad (12)$$

pre  $i \in \{1, \dots, M\}$  a  $z = (z^1, \dots, z^M)^T$

Podmienka (12) definuje tzv. jednonástrojovú konsolidačnú stratégiu<sup>22</sup> pre danú fiškálnu trajektóriu určenú v čase  $T_0^C$  očakávaným vývojom deficitu verejných financií pri generickej konsolidácii,  $\mathbb{E}_{T_0^C} \left( \mathcal{G}_t(s^0) \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right)$  určenú vzhľadom na informačnú množinu v čase  $T_0^C$ ,  $\mathcal{F}_{T_0^C}$ , a  $\Omega^0$ , bázu priestoru danú jednonástrojovými konsolidačnými stratégiami (pre nástroje  $i \in \{1, \dots, M\}$ ),

$$s^i \equiv (s^{i,1}, \dots, s^{i,M}) = (0, \dots, 0, s^{i,i}, 0, \dots, 0) \text{ pre } i \in \{1, \dots, M\}.$$

$$\Omega^0 = \{s^i\}_{i=1}^M$$

Podmienka (11) znamená, že akákoľvek kombinácia jednonástrojových konsolidácií bude spĺňať predpísanú fiškálnu trajektóriu, splnením podmienky (10) je zabezpečené spĺňanie dolných a horných ohraničení na jednotlivé fiškálne nástroje.

Použitie jednonástrojových konsolidačných stratégií odsimulovaných nelineárnym modelom namiesto impulzných odoziev linearizovaného modelu zachováva vo výsledných trajektóriách veľkú mieru dynamiky a nelineárnych charakteristík pôvodného nelineárneho modelu.

V optimalizačnej úlohe platí nasledovné označenie:

$s^i$	Jednonástrojová stratégia, t.j. daná fiškálna trajektória je dosiahnutá výlučne pomocou úprav vo fiškálnom nástroji $i$ a to bez ohľadu na stanovené ohraničenia
$\mathcal{G}_t^i$ $\beta^{[0, T_{NE}^E - T_1^E + 1]}$	Modelom daný deficit pri stratégii $i$ v čase $t$ , $\mathcal{G}_t^{\{i\}} = (\mathcal{G}_t^1, \dots, \mathcal{G}_t^M)$ $= (1, \beta, \dots, \beta^{T_{NE}^E - T_1^E + 1})$

<sup>21</sup> Z technického aj komunikačného hľadiska sa nevyžaduje nezápornosť jednotlivých  $z_t^i$ . Algoritmus totiž netvrdí, že východiskové nastavenie je z dlhodobého hľadiska dobré (a ani kvalitu súčasného nastavenia explicitne nehodnotí). V praxi to znamená, že optimálne riešenie(a) umožňuje aj (krátkodobu) dekonsolidačné opatrenia, ktoré sa však v dlhodobom horizonte ukazujú ako ekonomické stimuly zabezpečujúce dlhodobý rast, avšak za predpokladu, že krátkodobu sú ich na rozpočet verejnej správy negatívne dopady kompenzované dostatočnými úpravami v ostatných fiškálnych nástrojoch tak, aby bolo zabezpečené dodržanie predpísanej konsolidačnej trajektórie.

<sup>22</sup> Vyčísluje, koľko jednotiek úprav vo fiškálnom nástroji  $i$  je nutné použiť na to, aby pri očakávaníach v čase  $T_0^C$  bolo možné výlučne len s pomocou týchto úprav robených na horizonte  $[T_0^C, T_{NC}^C]$  dosiahnuť predpísanú konsolidačnú trajektóriu na horizonte rokov  $[T_0^C, T_{NC}^C]$ . V tomto prípade sú ohraničenia na daný fiškálny nástroj resp. akékoľvek diskusie o realistikosti takýchto úprav ignorované. V rámci analýzy citlivosti je ukázané, že konkrétna voľba bázy priestoru riešení neovplyvňuje kvalitatívne charakteristiky nájdených úspešných konsolidačných stratégií.

$z = (z^1, \dots, z^M)'$  Váhy fiškálnych nástrojov

$\gamma = (\gamma^1, \dots, \gamma^M)'$  Miery využitia nástrojov v jednonástrojových stratégiách pri platnosti (10)-(12)

Znamená to, že namiesto hľadania jedného globálneho optima vysoko nelineárneho problému, t.j. kombinácie fiškálnych nástrojov, ktoré modelovo implikujú najmenšiu dodatočnú potrebu konsolidácie je *aproximalizačná úloha* postavená na hľadaní kombinácie simulovaných jednonástrojových konsolidácií, ktorá pri spĺňaní daných ohraničení vedie k najnižšej možnej<sup>23</sup> dodatočnej potrebe konsolidácie v neskoršom období.

Úloha hľadania statického optima sa teda redukuje na odsimulovanie dvanástich konsolidačných stratégií pri danej fiškálnej trajektórii pri zanedbaní daných ohraničení a následného riešenia optimalizačnej úlohy (8)-(12) s ohraničeniami. Táto *aproximalizačná úloha* má jediné riešenie ozn.  $z^*$ , ktoré je funkciou<sup>24</sup> ohraničení (10)-(12).

Nakoľko:

- optimálna kombinácia nástrojov pre riešenie nelineárnej úlohy (1)-(4) nie je nevyhnutne to isté<sup>25</sup> ako optimálne nakombinovanie riešení nelineárnej úlohy (8)-(12);
- stabilita riešenia je nevyhnutná, a teda charakterizácia množiny dostatočne dobrých riešení má prednosť pred identifikáciou jediného statického či dynamického riešenia;

je nevyhnutné rozšíriť priestor dobrých *statických* riešení<sup>26</sup>. To sa dosiahne modifikáciou stochastického algoritmu evolučných stratégií, ktorý:

- využíva už odsimulované trajektórie deficitov  $G_t^{S_0}$ ,  $G_t^i$  na celom horizonte  $[T_1^C, T_{NE}^E]$  (čiže roky 2026 až 2040) zodpovedajúce všetkým jednonástrojovým konsolidáciám  $i \in \{1, \dots, M\}$  a generickej konsolidácii  $s_0$ .
- rešpektuje dané ohraničenia<sup>27</sup> (10)-(12)
- využíva hodnotovú funkciu (9) a známe optimálne riešenie úlohy lineárneho programovania (8)-(12),  $z^*$ .

<sup>23</sup> Vďaka redukcii počtu fiškálnych nástrojov a uplatňovaní princípu podobnosti makroekonomických a fiškálnych implikácií je úloha lineárneho programovania dobre definovaná a existuje jej jediné riešenie, ktoré je identifikované pomocou metódy vnútorného bodu. Jedinečnosť riešenia je dôležitá nielen z technického hľadiska, ale je aj významným indikátorom hranice redukovania počtu fiškálnych nástrojov a ich zhlukovania z hľadiska ich podobnosti v makroekonomických a fiškálnych implikáciách.

<sup>24</sup> V podmienkach statického sveta (optimalizačná úloha lineárneho programovania) je optimálne riešenie hraničným riešením – optimálne nastavenie jednotlivých fiškálnych nástrojov s výnimkou jedného z nich leží na ohraničeniach jednotlivých nástrojov. Malá zmena východiskového stavu či jednej alebo viacerých hraníc tak môže úplne zmeniť výsledné statické riešenie. Navyše, statický prístup nevie zohľadniť prirodzene sa meniace počiatkové podmienky z dôvodu prebiehajúcej konsolidácie, čo znamená v čase sa meniace odpovede.

<sup>25</sup> V praxi to znamená, že úspešnosť konkrétnej konsolidačnej stratégie sa nedá ex-ante vyhodnocovať jednoduchým výpočtom z izolovaných fiškálnych opatrení ignorujúc vzájomné prepojenie ich efektov v reálnej ekonomike. Inak povedané, na dynamických efektoch záleží.

<sup>26</sup> Rozšírenie priestoru riešení *aproximalizačnej úlohy* prispieva k zvýšeniu stability dobrých statických riešení a teda aj východiskových vstupov pre dynamické riešenia. Znamená to, že malá zmena ohraničení resp. východiskového stavu nemení priestor statických riešení úlohy.

<sup>27</sup> Znamená to, že jednotliví agenti sú v prvej generácii rovnomerne rozmiestnení po celom priestore definovanom 22 nerovnosťami (horné a dolné ohraničenia jedenástich fiškálnych nástrojov) a jednej rovnosti (väzba požadujúca, aby naväzanie deficitu akejkoľvek kombinácie fiškálnych nástrojov z priestoru 22 nerovností spĺňali danú fiškálnu trajektóriu). Následne v každej iterácii je po rekombinačnom a mutačnom procese nová generácia agentov generovaná tak, aby tieto nerovnosti a rovnosť taktiež spĺňali.

Následne sa iteratívne a bez potreby dodatočného simulovania dynamického modelu identifikuje  $K = 10^4$  statických kombinácií fiškálnych nástrojov,

$$\tilde{z}^* = (\tilde{z}^{*,1}, \dots, \tilde{z}^{*,K}) \quad \Delta \tilde{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E]}^S(\tilde{z}^{*,k}) > \tilde{\mu} \Delta \tilde{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E]}^S(z^*) \quad (13)$$

pre  $k \in \{1, \dots, K\}$ ,

ktorých hodnotová funkcia dosahuje aspoň  $\tilde{\mu} = 25$  percent<sup>28</sup> už vypočítanej maximálnej hodnoty (8) (hodnoty (9) pre optimálne riešenie  $z^*$ ). Vzhľadom na charakter optimalizačnej funkcie lineárneho programovania ide o úlohu s minimálnou časovou náročnosťou, ktorá detailne a efektívne eliminuje oblasti, kde nemá zmysel hľadať dobré dynamické riešenia prostredníctvom časovo náročných simulácií – čiže vyrieši problém, ktorý by v prípade výhradne dynamického prístupu vyžadoval pri výrazne menšej presnosti stovky miliónov simulácií.

Všetky riešenia (13) sú odsimulované dynamickým modelom OGRE,

$$s \equiv \{s_t^i\} \equiv \{\Delta x_t^{i,s}\} = \{\tilde{z}_t^{*,k}\} \quad \text{pre } i \in \{1, \dots, M\}, k \in \{1, \dots, K\} \text{ a } t \in [T_0^C, T_{NE}^E]$$

pričom počas obdobia konsolidácie sú vzhľadom na simulovanú stratégiu  $s$ , úpravy v jednotlivých nástrojoch  $\Delta x_t^{i,s}$  robené každý rok proporčne ku očakávanému plneniu konsolidačného cieľa<sup>29</sup>,

$$\frac{\Delta x_t^{i,s}}{\sum_{\tau=T_0^C}^{T_{NC}^C} \Delta x_{\tau}^{i,s}} = \mathbb{E}_{T_0^C} \left[ \frac{G_t - \hat{G}_t}{\sum_{\tau=T_0^C}^{T_{NC}^C} [G_{\tau} - \hat{G}_{\tau}]} \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad \text{pre } i \in \{1, \dots, M\} \text{ a } t \in [T_0^C, T_{NC}^C], \quad (14)$$

a  $\Delta x_t^{i,s} = \Delta x_{T_N^C}^{i,s}$  pre  $i \in \{1, \dots, M\}$  a  $t \in [T_1^E, T_{NE}^E]$ ,

kde  $\hat{G}_t$ ,  $t \in [T_0^C, T_{NC}^C]$  zodpovedá očakávanej trajektórii deficitu verejných financií v prípade nerobenia akejkoľvek konsolidácie (tzv. NPC scenár).

Vzhľadom na to, že trajektórie implikované simuláciou kombinácie nástrojov v nelineárnom modeli (úloha (10)-(12)) môžu byť *zásadne odlišné* od kombinácií trajektórií vyplývajúcich z jednonástrojových konsolidácií odsimulovaných nelineárnym modelom (úloha (3)-(4)), je potrebné kontrolovať, do akej miery sú simulované konsolidačné stratégie vychádzajúce z kombinácií jednotlivých fiškálnych nástrojov úspešné v dosahovaní stanovených fiškálnych cieľov resp. danej konsolidačnej trajektórie (aj keď jednonástrojové konsolidačné stratégie, ako aj ich lineárne kombinácie, čiže riešenia problému (13), ich dosahujú). Simulované stratégie, ktoré výraznejšie zaostávajú<sup>30</sup> v plnení podmienky požadovanej konsolidačnej trajektórie (3),

$$G_t^S > G_t^{S_0} - \epsilon; \quad t \in [T_0^C, T_{NC}^C] \quad (15)$$

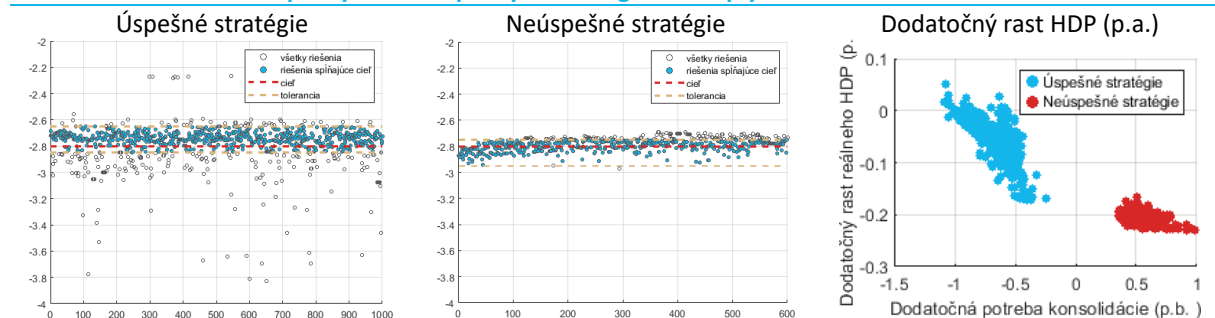
<sup>28</sup> Stanovený threshold na akceptáciu je 25 percent, každá generácia má 250 tisíc agentov. Po piatich generáciách je identifikovaných 10 tisíc najlepších agentov, pričom každý z nich má hodnotovú funkciu na úrovni aspoň 25 percent maximálnej hodnoty.

<sup>29</sup> Inak povedané, v priebehu konsolidačného obdobia sa konsolidačná stratégia nemení a úpravy v jednotlivých nástrojoch zohľadňujú len požadovaný objem konsolidácie v danom roku.

<sup>30</sup> Aj keď každá z jednonástrojových konsolidácií spĺňa predpísanú konsolidačnú trajektóriu v rokoch 2026 až 2028, ich odsimulovaná kombinácia sa môže v určitej miere líšiť, nakoľko odsimulovaná kombinácia obsahuje aj dopady interakcií jednotlivých fiškálnych nástrojov (časť členov vyššieho rádu, ktoré nie sú prítomné v jednonástrojových simuláciách). Tieto rozdiely sú podporené relatívne veľkým plánovaným objemom konsolidácie v roku 2028 vyplývajúcom z predpísanej konsolidačnej trajektórie. Preto je nastavená miera tolerancie pomerne benevolentne,  $\epsilon = 2,5 \cdot 10^{-2} G_{T_{NC}^C}^{S_0}$ .

vylúčené z procesu ďalšieho hodnotenia úspešnosti konsolidačných stratégií.

**Graf 22: Identifikácia úspešných a neúspešných stratégia a ich vplyvu na rast reálneho HDP**



Prvé dva obrázky zobrazujú simulovaný deficit (% HDP) v roku 2028 v závislosti od voľby konsolidačnej stratégie v roku 2026. Tretí graf zobrazuje závislosť medzi potrebou dodatočnej konsolidácie v období rokov 2029 až 2040 a dodatočným príspevkom konsolidačnej stratégie k rastu reálneho HDP meraného nad rast implikovaný generickou konsolidáciou

Zdroj: RRZ

Na jednotlivé opatrenia, ktoré sú súčasťou nejakej konsolidačnej stratégie, sa nedá pozeráť izolovane, na ich interakcii záleží (dodatočné dynamické efekty). Je teda rozdiel medzi (ex-ante) statickým riešením a (ex-post) dynamickým riešením.

To znamená, že pokiaľ odsimulovaná konsolidačná stratégia  $s = \{\tilde{z}_t^{*,k}\}$  z úlohy (13) (ex-post) implikuje výraznejšie zníženie celkového deficitu,  $G_t^s$ , než by zodpovedalo predpísanej fiškálnej trajektórii  $G_t^{s_0}$ , napriek očakávaniu o jej (ex-ante) statickom dodržaní, znamená to, že interakcia medzi jednotlivými fiškálnymi opatreniami, ktoré sú jej súčasťou, prináša dodatočný benefit, nad rámec statických očakávaní<sup>31</sup>.

Stratégie, ktoré uvedenú podmienku (15) spĺňajú, sú zoradené podľa miery úspešnosti pri minimalizácii potreby dodatočnej konsolidácie v neskoršom období,

$$s^{i_1} > s^{i_2} \leftrightarrow \Delta g_{[T_1^E, T_{NE}^E]}^s(s^{i_1}) > \Delta g_{[T_1^E, T_{NE}^E]}^s(s^{i_2}), \quad (16)$$

pre  $t \in [T_0^C, T_{NC}^C]$ ,  $a, j \in \{1, 2\}$ .

Aj keď kombinácia jedno-nástrojových konsolidačných stratégií nie je to isté ako stratégia kombinujúce viaceré fiškálne nástroje, v značnej miere definuje charakter dynamicky určených úspešných riešení. Takto získané charakteristiky úspešných riešení sú stabilné<sup>32</sup>, menej závislé na malých zmenách v ohraničeniach jednotlivých nástrojov resp. východiskovom stave<sup>33</sup>.

Napriek tomu, že dobré riešenia sú výsledkom dynamického prístupu, bez statických techník by boli z dôvodu exponenciálnej komplexity v rozumnom čase nedosiahnuteľné a ich charakteristika neúplná.

<sup>31</sup> Je možné, že prípadné nahradenie (15) obojstrannou podmienkou  $\|G_t^s - G_t^{s_0}\| < \epsilon$  by takéto stratégie vylúčilo.

<sup>32</sup> Optimálne riešenia dynamického sveta sú viac plastické, menej tlačené na hranice definované obmedzeniami jednotlivých fiškálnych nástrojov, avšak z časti podobné statickému riešeniu. Vďaka tomu si uchovávajú stabilný charakter aj v prípade malých zmien východiskového stavu či ohraničení nástrojov. Vyšší počet dobrých riešení s veľmi podobných dopadom na potrebu dodatočnej konsolidácie stabilitu odpovede ešte zvyšuje. Komunikácia spektra úspešných konsolidačných stratégií namiesto jednej konkrétnej stratégie jasne identifikuje nutné opatrenia aj policy trade-offs, čím umožňuje zohľadnenie políc preferencií a zvyšuje predateľnosť výsledkov

<sup>33</sup> Kľúčová je jednoduchosť, časová efektívnosť, prechod od jedného riešenia k množine dobrých (statických) riešení a ex-post korešpondencia medzi riešeniami statického a dynamického prístupu

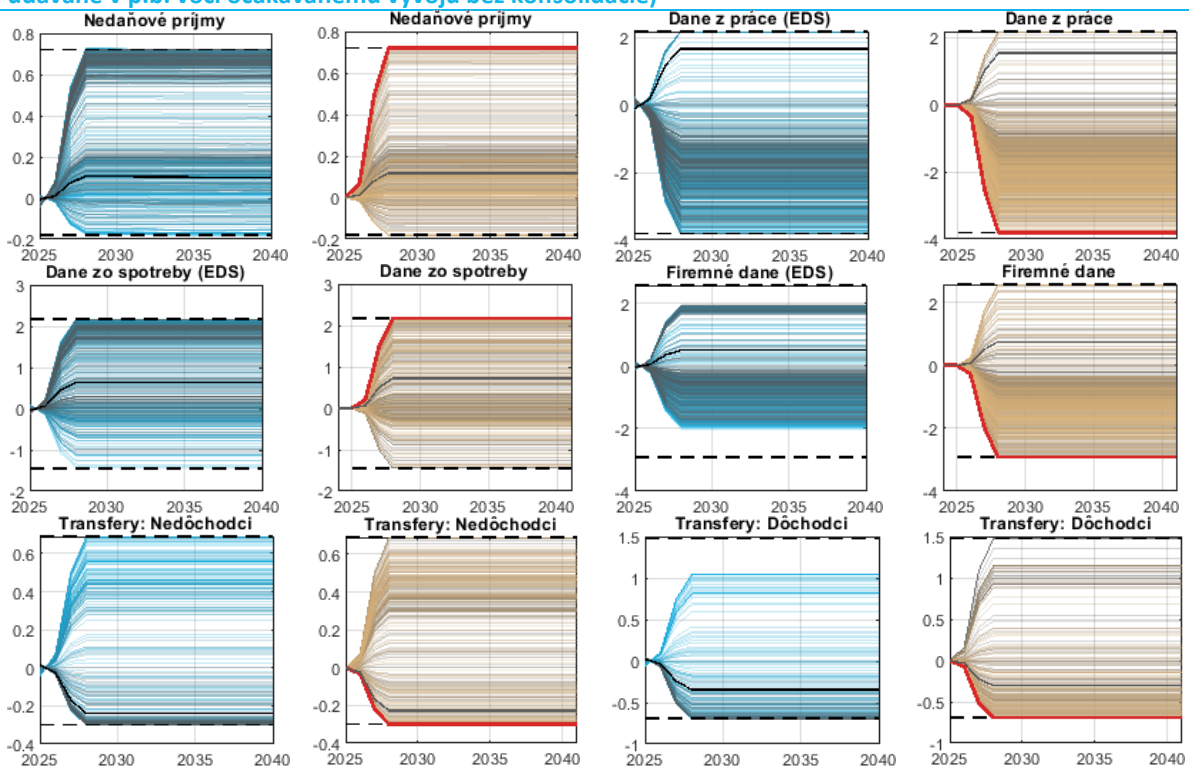
### Interpretácia výsledných simulácií

Graf 3 zobrazuje spektrum dizajnov úspešných konsolidačných stratégií v podobe navrhovaných opatrení voči scenáru bez konsolidácie a to z dynamického (simulovaného) pohľadu – modré čiary – ako aj statického pohľadu (žlté čiary).

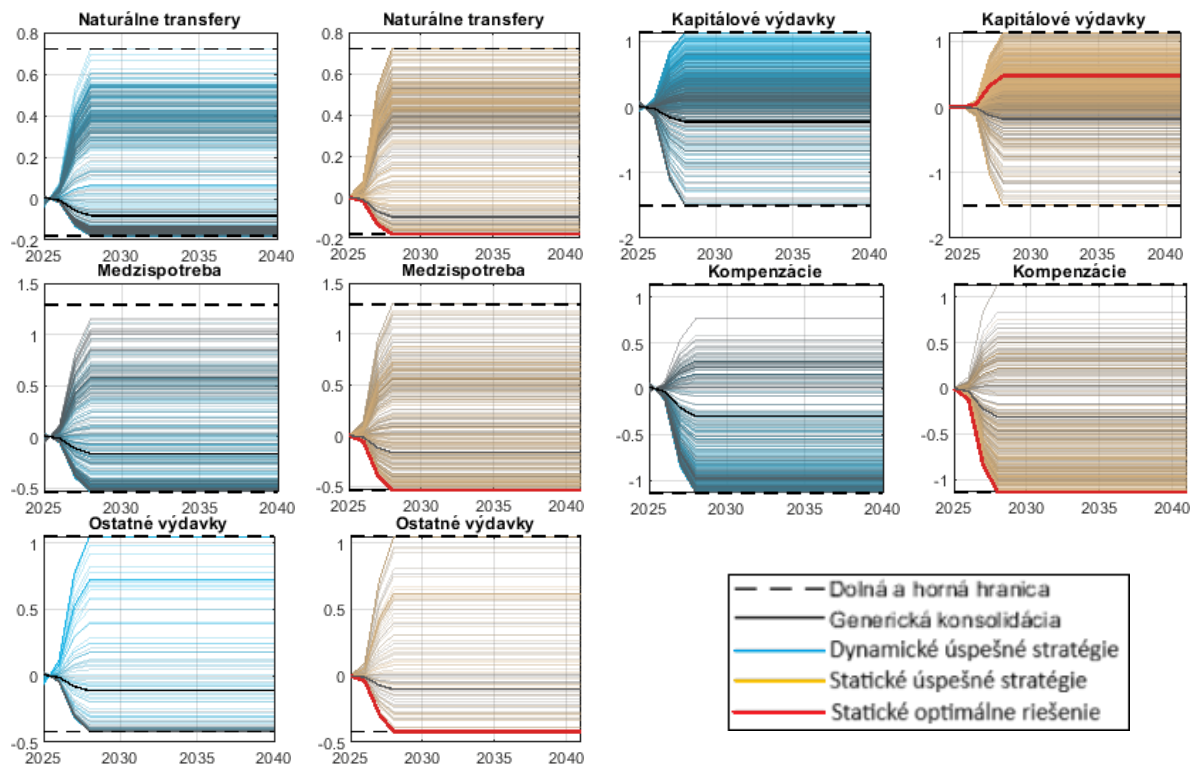
Miera úprav v jednotlivých fiškálnych nástrojoch (y-ová os) je uvádzaná v percentuálnych bodoch resp. percentách HDP a vo východiskovom roku 2025 je rovná nule. Úpravy v jednotlivých daňových sadzbách sú modelované a vyhodnocované ako úpravy v príslušných efektívnych daňových sadzbách v percentuálnych bodoch<sup>34</sup>.

Jednotlivé modré čiary zobrazujú výsledky tisícok simulácií modelu OGRE vedúcich k úspešným stratégiám, v prípade žltých čiar ide o riešenia vyplývajúce z použitia algoritmu evolučných stratégií pri statickom optimalizačnom probléme. Graf 2 preto zobrazuje stratégie s nízkou potrebou dodatočnej konsolidácie implikovanou (v porovnaní s generickou konsolidáciou) relatívne lepším ekonomickým rastom v rokoch 2029 až 2040. Odtiene modrej (žltej) zodpovedajú stratégiám, pri ktorých je potreba dodatočnej konsolidácie počas daného obdobia najnižšia (t.j. výrazne záporná) pri zohľadnení (nezohľadnení) dynamických efektov. Šedé čiary patria stratégiám s relatívne vyššími potrebami dokonsolidovania (ale menšími než v prípade generickej konsolidácie), a to v prípade statického aj dynamického prístupu k riešeniu. Pri každom nástroji určuje úroveň koncentrácie modrých (žltých) čiar mieru istoty v smere a veľkosti opatrenia pri snahe minimalizovať potrebu dodatočnej konsolidácie. Vyššia koncentrácia čiar (modrých, žltých) znamená vysokú mieru istoty.

**Graf 33: Úspešné konsolidačné stratégie (dynamický a statický prístup, úpravy v jednotlivých nástrojoch udávané v p.b. voči očakávanému vývoju bez konsolidácie)**



<sup>34</sup> Kalibrácia východiskového bodu je uvedená v [diskusnej štúdii](#) v Boxe 1.



Pozn.: Zmeny v efektívnych daňových sadzbách (pre dane z práce, dane zo spotreby, firemné dane) sú uvádzané v percentuálnych bodoch, zmeny vo výdavkových položkách v percentách HDP voči úrovňam očakávaným bez konsolidácie. Kalibrácia východiskového stavu je detailne uvedená v diskusnej štúdii v Boxe 1.

Zdroj: RRZ

Pri interpretácii simulácií je vhodné sa zamerať na celkové úpravy v danom nástroji po skončení obdobia konsolidovania a nie na samotné úpravy počas konsolidácie. To umožňuje variabilitu v poradí<sup>35</sup> zmien zohľadňujúc politické preferencie, či prax najmä v oblasti daňových politík.

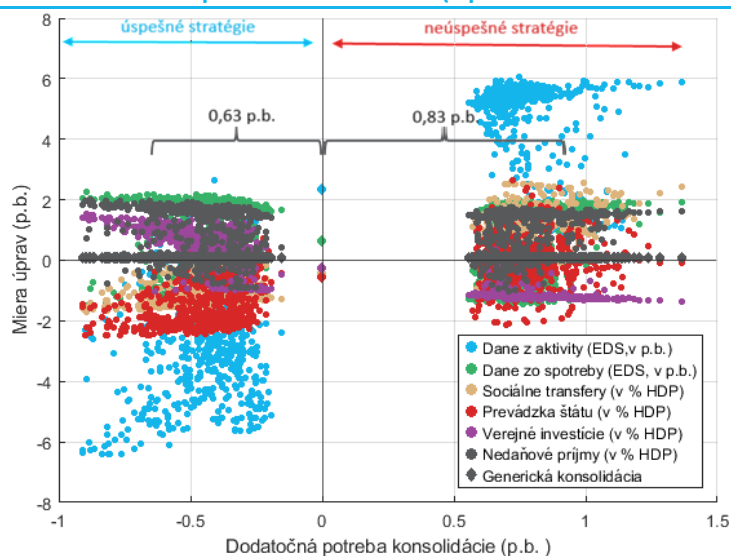
Ukazuje sa však, že použitie grafu 3 na interpretáciu úspešných stratégií je pre širšie publikum nevhodné. Nie sú dostatočne zrozumiteľné, farebné čiary zodpovedajúce konkrétnym simuláciám sa môžu vzájomne prekresľovať, pričom dopady voľby stratégie na dodatočnú potrebu konsolidácie nie sú numericky vizualizované. Navyše táto forma zobrazenia neilustruje prepojenie medzi úpravami v nástrojoch v rámci konkrétnej zvolenej stratégie. Taktiež v prípade viacerých nástrojov na výdavkovej a príjmovej strane je z pohľadu fiškálnej politiky dôležitejšia celková zmena v nich a nie zmeny v jednotlivých nástrojoch (napriek tomu, že v makroekonomických dopadoch sa líšia).

Z tohto dôvodu sa pri zobrazovaní výsledkov pristúpilo k zlúčeniu pôvodných jedenástich fiškálnych nástrojov do šiestich vizualizovaných. Stratégie na grafe 4 sú znázornené vo forme bodov na jednej vertikále – šesť rôznofarebných bodov zodpovedá jednej konkrétnej konsolidačnej stratégii pričom farebné odlíšenie zodpovedá opatreniam: nedaňové príjmy (šedá), daňová sadzba z aktivity (modrá), daňová sadzba zo spotreby (zelená), sociálne transfery (žltá), prevádzka štátu (červená; medzispotreba, kompenzácie a ostatné výdavky) a verejné investície (fialová).

<sup>35</sup> V praxi však poradie implementácie jednotlivých úprav vo fiškálnych nástrojoch ovplyvňuje (strednodobú) úspešnosť danej konsolidačnej stratégie (v dlhodobom horizonte je však už efekt poradia minimálny). Hodnotenie úspešnosti stratégie však musí byť robustné aj vzhľadom na časovú následnosť v zavádzaní opatrení, ktorá môže byť ovplyvnená aj externými okolnosťami či šokmi (ktoré nie sú súčasťou hodnotenia).

Celková miera úprav v jednotlivých vizualizovaných nástrojoch na grafe 4 je pre danú odsimulovanú konsolidačnú stratégiu zobrazená na vertikálnej osi. Dodatočná potreba konsolidácie je pre každú odsimulovanú stratégiu uvádzaná ako čistá súčasná hodnota súčtu budúcich rozdielov očakávaného deficitu vyplývajúceho z implementácie danej stratégie a očakávaného deficitu pri implementácii generickej konsolidácie. Kladný výsledok (pravá časť grafu 4) znamená, že daná stratégia je spojená s očakávaním vyššieho deficitu v budúcnosti než by sa dalo očakávať pri generickej konsolidácii. To znamená, že taká stratégia je hodnotená ako neúspešná a mieru jej neúspešnosti indikuje údaj o dodatočnej potrebe konsolidácie (x-ová os). Úspešné stratégie sú zobrazené v ľavej časti grafu 4, nakoľko ich potreba dodatočnej konsolidácie je záporná. Stratégia orámovaná žltou farbou znázorňuje nastavenie a hodnotenie aktuálneho konsolidačného balíčka. Táto vizualizácia výsledkov zobrazuje zároveň úspešné aj neúspešné stratégie, kvantifikuje miery úspešnosti a vzájomné previazanie oparení v rámci nich, ako aj identifikuje charakteristiky opatrení spôsobujúcich úspešnosť

**Graf 44: Vplyv opatrení na dodatočnú potrebu konsolidácie (v p.b. voči stavu bez konsolidácie)**



Zdroj: RRZ

### Výber prototypov úspešných stratégií

Charakteristické vzorce odpozorované z riešení pri menšom počte simulácií sú potvrdené strojovým učením. Typické príklady úspešných konsolidačných stratégií sú vybrané pomocou algoritmov<sup>36</sup> DBSCAN a KNN<sup>37</sup>:

<sup>36</sup> Oba použité algoritmy sú štandardom v oblasti zhlukovania a klasifikácie. Algoritmus neriedeného učenia (unsupervised learning) DBSCAN je použitý na trénovanie a prvotnú identifikáciu vzorov a hyperparametrov pre KNN. Algoritmus riadeného učenia (supervised learning) KNN, nakalibrovaný pomocou DBSCAN, je následne použitý na trénovacej časti aj na väčšom množstve dát v testovacej časti problému. DBSCAN je zvolený z dôvodu deklarovaných lepších výsledkov pri práci s reálnymi dátami (na rozdiel od algoritmov K-Means resp. hierarchického zhlukovania), najmä pokiaľ dáta obsahujú šumy, neštandardné hodnoty (outlayers), resp. sú nepravidelne usporiadané. Algoritmus KNN je zvolený vďaka svojej presnosti v rozpoznávaní, adaptabilite a menšiemu počtu hyperparametrov (ktoré sa dajú odhadnúť prostredníctvom DBSCAN). Vďaka relatívne nízkej dimenzionalite a veľkosti dát je časová náročnosť akceptovateľná, avšak v prípade výraznejšieho nárastu veľkosti dát či ich dimenzií je vhodné zvážiť algoritmus SVN či bayesovský prístup.

<sup>37</sup> Hodnota K je nastavená na päť (štyri pre komunikované príklady úspešných konsolidačných stratégií a jedna kategória zodpovedajúca ostatným stratégiám, ktoré nespĺňajú identifikované charakteristiky úspešných stratégií), pričom táto hodnota zodpovedá identifikovanému počtu zhlukov prostredníctvom algoritmu DBSCAN v trénovacej časti.

- trénovacia časť zhlukovania a klasifikácie je postavená na prístupe bez učiteľa s technikou DBSCAN<sup>38</sup> (unsupervised clustering) s menším počtom simulácií,
- testovacia a validačná časť využívajú algoritmus KNN a sadu niekoľko tisíc simulácií.

Jednotlivé simulované úspešné konsolidačné stratégie  $s^k$  sú ku príslušným triedam  $L^j$  pre  $j \in \{1, \dots, N^L\}$  priradované na základe odpozorovaných charakteristík minimalizáciou (euklidovskej) vzdialenosti od definovaných tried<sup>39</sup>

$$KNN(s^k) = \min_{j \in \{1, \dots, N^L\}} d(s^k, L^j)$$

$$\text{pre } d(s^k, L^j) = \sum_{i=1}^M (x^i(s^k) - x^i(L^j))^2 \quad (16)$$

Finálny reprezentant danej triedy zodpovedá priemeru<sup>40</sup> simulácií z triedy. Previazanosť medzi úspešnými konsolidačnými stratégiami a ich implikáciami pre dlhodobý ekonomický rast je z hľadiska pochopenia interakcie kľúčová – v prostredí rovnakých fiškálnych trajektórií a cieľov konsolidačné stratégie prinášajúce dlhodobo najvyšší ekonomický rast sú hodnotené ako najúspešnejšie<sup>41</sup>.

### Citlivostná analýza a stabilita identifikovaných riešení

Zvolený prístup k riešeniu, ktorý

- nie je orientovaný na identifikáciu jediného, optimálneho riešenia, ale uprednostňuje popisovanie charakteristík tzv. „dostatočne dobrých“ riešení (úspešné konsolidačné stratégie) a
- je zameraný na celkové úpravy v jednotlivých fiškálnych nástrojoch a nie na konkretizáciu postupnosti krokov v príslušných nástrojoch v každom roku konsolidácie

je zvolený aj so zámerom zvýšenia stability nájdených riešení problému vzhľadom na malé zmeny vo fiškálnej trajektórii, v daných ohraničeniach jednotlivých nástrojov resp. východiskového stavu ekonomiky a verejných financií. Avšak nerieši stabilitu identifikovaných riešení z perspektívy

1. voľby bázy stratégií (jednonástrojové konsolidácie) v statickej časti riešenia úlohy

$$s^i = \{\gamma^i\} \text{ pre } \gamma^i \equiv (\gamma^{i,1}, \dots, \gamma^{i,M}) = (0, \dots, 0, \gamma^{i,i}, 0, \dots, 0) \text{ pre } i \in \{1, \dots, M\};$$

<sup>38</sup> Normalizácia dát je pred použitím algoritmu založeného na hustote (DBSCAN) nevyhnutná. Počet bodov je nastavený na 12, tolerancia (epsilon) vychádza z prístupu k-distance (75 percent maxima k-distance). Klasifikácia dát vytvorená algoritmom DBSCAN slúži ako dátový vstup pre trénovaciu časť algoritmu KNN (na tej istej sade dát).

<sup>39</sup> Výsledky klasifikácie sú robustné vzhľadom na použitý typ metriky (priemerná resp. minimálna vzdialenosť).

<sup>40</sup> Tento spôsob výberu (na rozdiel od obmedzenia sa na výber najúspešnejšej stratégie z každej identifikovanej triedy) zvyšuje stabilitu množiny vybraných reprezentatívnych stratégií.

<sup>41</sup> Vzhľadom na polynomiálny charakter modelu OGRE vie prístup určenia úspešných stratégií vychádzajúcich z vyhodnotenia simulácií „dostatočne dobrých“ statických kombinácií (vytvorených prostredníctvom algoritmu evolučných stratégií pomocou jednonástrojových konsolidácií) pri dostatočnej akceptačnej hranici v algoritme evolučných stratégií s dostatočnou dôveryhodnosťou pri minimálnych dodatočných časových nákladoch na prehľadávanie stavového priestoru (grid search) určiť charakter úspešných konsolidačných stratégií.

2. zmeny vo vývoji externých predpokladov v budúcnosti, čiže ako veľmi sa budú charakteristiky úspešných konsolidačných stratégií líšiť od tých identifikovaných v pôvodnom probléme, pokiaľ by bola ekonomika v budúcnosti zasiahnutá jedným či viacerými negatívnymi šokmi.

### Vplyv voľby bázy v statickom probléme

V prvom prípade ide o to ukázať, že voľba bázy statických stratégií neovplyvňuje kvalitatívne charakteristiky úspešných (dynamických) stratégií<sup>42</sup>. Toto je zabezpečené zvoleným prístupom k riešeniu problému, najmä použitím evolučných stratégií s dostatočne benevolentným thresholdom a počtom agentov. Overenie je možné prostredníctvom aplikovania nasledujúceho postupu.

V prvom kroku sa zvolí  $N_\beta = 100$  vzájomne rôznych báz statických riešení  $\tilde{s}^{i_\beta}$  spĺňajúcich, na základe informácií v čase  $T_0^C$ , predpísanú fiškálnu trajektóriu v období konsolidácie,  $[T_1^C, T_{Nc}^C]$ .

Jednou z možností efektívneho generovania báz priestoru statických riešení  $\tilde{s}^{i_\beta}$  (pre  $i_\beta \in \{1, \dots, N_\beta\}$ ) je kombinovať jednonástrojové konsolidačné stratégie a generickú konsolidačnú stratégiu

$$\tilde{s}^{i_\beta} = \left\{ \frac{1+\delta_{\alpha_{i_\beta}}}{1+\alpha_{i_\beta}} (s^i + \alpha_{i_\beta} s^0) \right\}_{j=1}^M \quad \text{pre } i_\beta \in \{1, \dots, N_\beta\};$$

pre rôzne hodnoty  $\alpha_{i_\beta}$ . Faktor  $\delta_{\alpha_{i_\beta}}$  zodpovedá korekčnému členu, ktorý zabezpečí splnenie predpísanej fiškálnej trajektórie (22) pre každý prvok zvolenej bázy fiškálnych nástrojov. V praxi je možné tieto nové bázy vnímať ako lineárne transformácie pôvodnej bázy jednonástrojových konsolidačných stratégií. Preto môže byť pôvodná úloha (8)-(12) pre každú zvolenú bázu  $\tilde{s}^{i_\beta}$  nahradená nasledovne:

$$\max_z \Delta \tilde{g}^{s^{i_\beta}} \left[ T_1^E, T_{Nc}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (17)$$

$$\text{kde } \Delta \tilde{g}^{s^{i_\beta}} \left[ T_1^E, T_{Nc}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] = \mathbb{E}_{T_0^C} \left[ \beta^{[0, T_{Nc}^E - T_1^E + 1]} \cdot (\mathcal{G}_t^{s^{i_\beta}} - \mathcal{G}_t^{s^0}) \cdot z \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, \tilde{s}^{i_\beta} \right], \quad (18)$$

pri ohraničeníach

$$\underline{\omega}^i \leq \gamma^i z^i \leq \bar{\omega}^i \quad (19)$$

$$\mathbf{1}'z = 1 \quad (20)$$

$$\mathcal{A}_{i_\beta} s = \tilde{s}^{i_\beta} \quad (21)$$

$$\mathbb{E}_{T_0^C} \left( \mathcal{G}_t(\tilde{s}^{i_\beta}) - \mathcal{G}_t(s^0) \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, \tilde{s}^{i_\beta}, t \in [T_0^C, T_{Nc}^C] \right) = 0 \quad (22)$$

$$\text{pre } s = \{\gamma^i\}_{i=1}^M \text{ a } z = (z^1, \dots, z^M)^T$$

Pre každé zo získaných riešení problému (17)-(22) je prostredníctvom evolučných algoritmov (13)-(14) identifikovaná množina dobrých statických riešení, ktoré sú následne odsimulované<sup>43</sup> podľa princípu definovaného podmienkou (15).

<sup>42</sup> Iná voľba bázy statického problému nebude totožná s príslušnou lineárnou transformáciou pôvodnej bázy jednonástrojových konsolidácií z dôvodu nelinearity simulačného dynamického modelu OGRE.

<sup>43</sup> Rádovo väčšiemu počtu simulácií ( $N_\beta$ ) než v základnom probléme sa dá vyhnúť porovnaním statických distribúcií (a miery úspešnosti) miery úprav jednotlivých fiškálnych nástrojov medzi bázou s jednonástrojovými stratégiami a  $\tilde{s}^{i_\beta}$  generovanými bázami (priemer distribúcií).

Na základe týchto simulácií je vyhodnotená (priemerná) zhoda v charakteristických znakoch voči úspešným konsolidačným stratégiám vychádzajúcim v statickej časti z jednonástrojových simulácií. Pomocou tejto analýzy je vďaka zvolenému postupu možné vyhodnotiť kvalitatívnu nezávislosť hodnotiacich záverov na použití bázy statického problému<sup>44</sup>.

**Tabuľka 1: Charakteristika vybraných úspešných konsolidačných stratégií**

Fiškálny nástroj	Jednonástrojové konsolidácie			Iné bázy (priemer)		
	Priemer	Odchýlka	Positívne zmeny (podiel)	Priemer	Odchýlka	Positívne zmeny (podiel)
Nedaňové príjmy (tržby)	1,33	0,51	0,94	1,37	0,52	0,96
Dane z práce	-1,57	1,44	0,14	-1,61	1,48	0,11
Dane zo spotreby	1,20	1,02	0,81	1,23	1,05	0,79
Firemné dane	-1,45	0,46	0,01	-1,47	0,47	-0,02
Sociálne transfery - nedôchodcovia	-0,07	0,41	0,33	-0,08	0,42	0,31
Sociálne transfery - dôchodcovia	-0,03	0,68	0,42	-0,03	0,69	0,40
Naturálne sociálne transfery	-0,11	0,06	0,04	-0,13	0,07	0,01
Investície a kapitálové transfery	0,48	0,48	0,86	0,50	0,50	0,89
Medzispotreba	-0,80	0,05	0,00	-0,82	0,06	0,00
Kompenzácie zamestnancov	-0,74	0,04	0,00	-0,76	0,04	0,00
Ostatné výdavky	-0,20	0,36	0,22	-0,21	0,37	0,19

Údaje v pravej časti tabuľky zodpovedajú príslušným štatistikám simulácií vykonávaných zo 100 rôznych báz.

Zdroj: RRZ

### Stabilita výsledkov z perspektívy budúcich externých negatívnych šokov

V druhom prípade je potrebné ukázať, že identifikované charakteristiky úspešných konsolidačných stratégií sa kvalitatívne nezmenia zhoršením externých predpokladov v čase  $[T_1^E, T_{NE}^E]$ . Pre tento účel je vygenerovaných  $N_\epsilon = 100$  realizácií šokov zahŕňajúcich zároveň oslabenie zahraničného dopytu, pomalší rast produktivity a vyššiu citlivosť úrokových sadzieb<sup>45</sup>. Následne je funkcia užitočnosti (1) rozšírená o prvok volatility (parameter  $\kappa$  zohľadňuje mieru citlivosti<sup>46</sup> na odchýlky v trajektóriách celkového deficitu pri fixnej konsolidačnej stratégii pri realizácii jednotlivých šokov)

$$\Delta \check{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E] | \mathcal{F}_{T_0^C}}^{s, \kappa} = \left[ \sum_{t=T_1^E}^{T_{NE}^E} \beta^{t-T_1^E} \left\{ \mathbb{E}_{T_0^C} \left( \mathcal{G}_t^s - \mathcal{G}_t^{s_0} \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right) + \kappa \text{Var} \left[ \sum_{\epsilon} (\mathcal{G}_t^s(\epsilon) - \mathcal{G}_t^s) \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \right\} \right]. \quad (23)$$

Cieľom je voliť konsolidačné stratégie tak, aby maximalizovali (23) na dostatočne dlhom období,  $[T_0^E, T_{NE}^E]$ , pričom pre danú hodnotu  $\kappa$  svoje voľby formulujú zohľadňujúc podmienky (3) a (4) a dnešné najpresnejšie očakávania o vývoji sveta,

$$\max_s \Delta \check{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E] | \mathcal{F}_{T_0^C}}^{s, \kappa}. \quad (24)$$

<sup>44</sup> Napríklad prostredníctvom porovnávania pravdepodobnostných rozdelení jednotlivých fiškálnych nástrojov staticky úspešných konsolidačných stratégií pre pôvodnú bázu resp. priemer testovaných báz. Týmto prístupom je možné sa efektívne vyhnúť simuláciám v dynamickej časti.

<sup>45</sup> Šoky sú modelované ako trvalé a neanticipované agentmi v modelovej ekonomike. Ich veľkosť je kalibrovaná tak, aby proporcne znižovali (zhoršovali) očakávanú celkovú bilanciu za predpokladu použitia generickej konsolidačnej stratégie  $\mathcal{G}_t^{s_0}$  v čase  $T_{NE}^E$  o 1 percentuálny bod. Rovnaká sada šokov je použitá na všetky simulované konsolidačné stratégie.

<sup>46</sup> Vzhľadom na to, že hodnota parametra  $\kappa$  je arbitrárna, nie je prvok volatility súčasťou základného problému.

Takáto modifikácia účelovej funkcie (23) vyhodnocuje nielen čistú súčasnú hodnotu príspevku konsolidačnej stratégie s k zníženiu budúceho deficitu (merané voči generickej konsolidačnej stratégii), ale aj odchýlku a mieru neistoty tohto prínosu v prípade realizácie negatívnych šokov.

Postup riešenia tohto problému je obdobný ako pri pôvodnej úlohe (1) – (4), pričom účelová funkcia statického problému je modifikovaná nasledovne<sup>47</sup>:

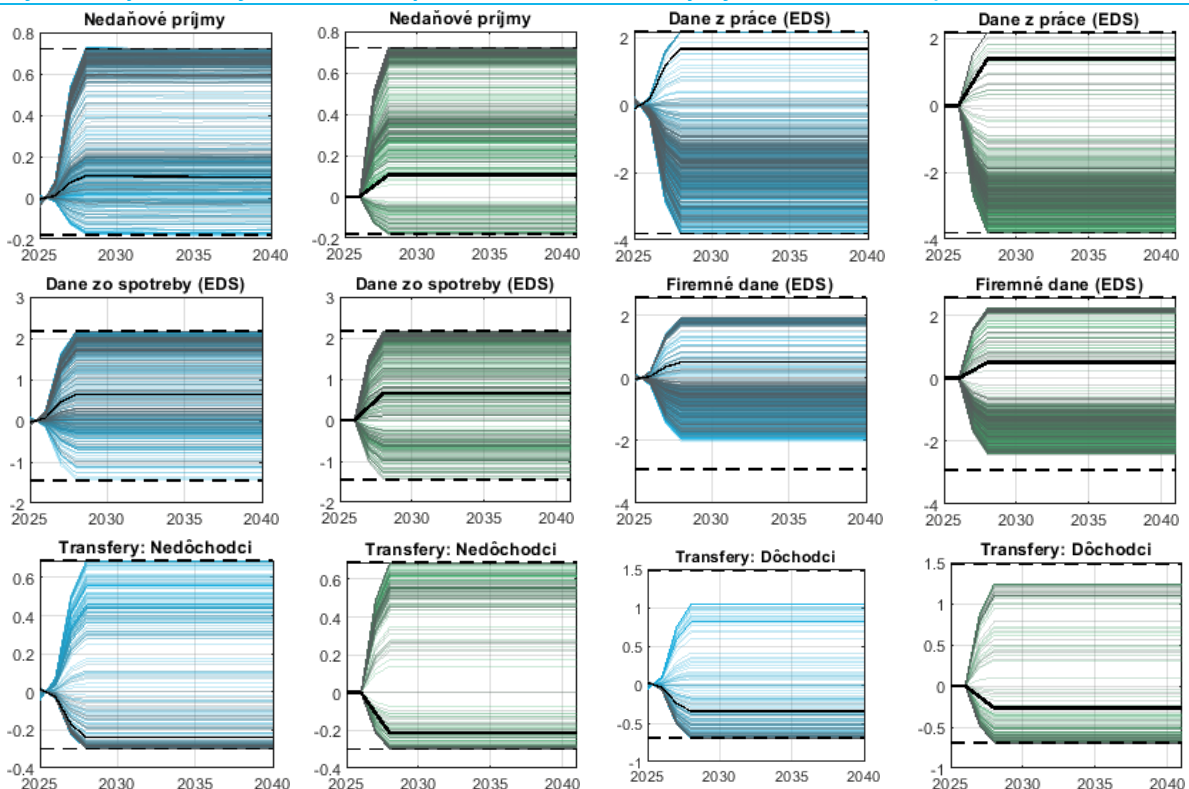
$$\max_z \Delta \check{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E] | \mathcal{F}_{T_0^C}}^{s, \kappa} \quad (25)$$

$$\text{kde } \Delta \check{g}_{[T_1^E, T_{NE}^E] | \mathcal{F}_{T_0^C}}^s = \mathbb{E}_{T_0^C} \left[ \beta^{[0, T_{NE}^E - T_1^E + 1]} \cdot (G_t^{(i)} - G_t^{s_0}) \cdot z \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, \{\gamma^i\}_{i=1}^M \right] \quad (26)$$

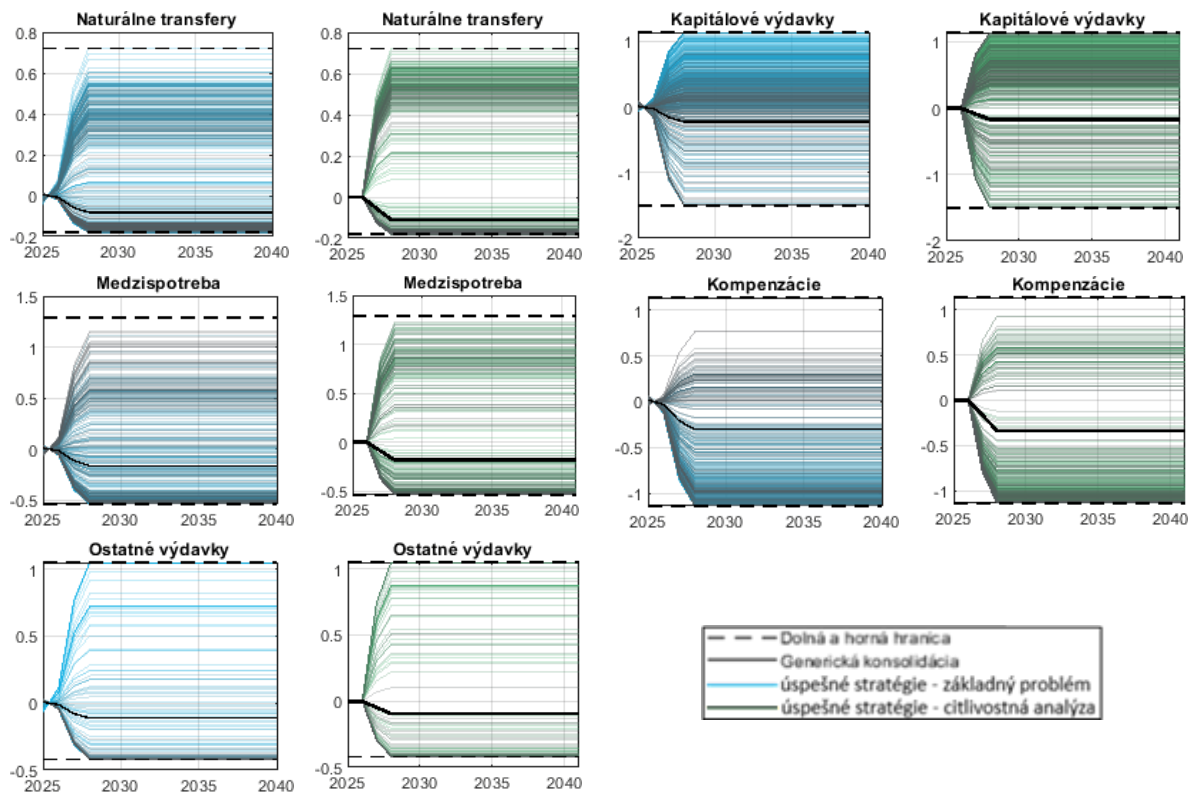
$$+ \kappa \text{Var} \left[ \beta^{[0, T_{NE}^E - T_1^E + 1]} \sum_{\epsilon} (G_t^{(i)}(\epsilon) - G_t^{(i)}) \cdot z \mid \mathcal{F}_{T_0^C}, \{\gamma^i\}_{i=1}^M \right],$$

S rastúcou mierou citlivosti na dopady negatívnych šokov na očakávanú trajektóriu deficitu sa zvýrazňujú charakteristiky úspešných konsolidačných stratégií identifikovaných prostredníctvom riešenia základného problému. Rozdiely v makro-fiskálnych dopadoch medzi úspešnými a menej úspešnými stratégiami sa tak zvyšujú. Inak povedané, voľba úspešných konsolidačných stratégií neznamená len nižšiu potrebu dodatočnej konsolidácie v čase  $[T_1^E, T_{NE}^E]$ , ale zároveň zvyšuje odolnosť ekonomiky voči možným budúcim negatívnym šokom (Graf 5).

**Graf 55: Úspešné konsolidačné stratégie (základný scenár vs. citlivostný scenár s negatívnymi šokmi, úpravy v jednotlivých nástrojoch udávané v p.b. voči očakávanému vývoju bez konsolidácie)**



<sup>47</sup> Ohraničenia (10) až (12) ostávajú v platnosti.



Pozn.: Zmeny v efektívnych daňových sadzbách sú uvádzané v p.b., zmeny vo výdavkových položkách v % HDP voči úrovňam očakávaným bez konsolidácie. Grafy s modrými čiarami sú totožné s modrými čiarami z Grafu 3, zelené čiary zodpovedajú výsledkom pri citlivostnej analýze.

Zdroj: RRZ

## Špecifiká hodnotenia konkrétnej konsolidačnej stratégie

V roku  $T_0^C$  je daná stratégia  $\tilde{s}_t$  platná pre rok  $T_1^C$ .

$$\tilde{s} \equiv \Delta \tilde{x}_t^{i,\tilde{s}} \equiv \mathbb{E} \left\{ \tilde{x}_t^{i,\tilde{s}} - \bar{x}_t^i \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right\} \quad (27)$$

V prípade, že hodnotená stratégia  $\tilde{s}_t$  nespĺňa v danom roku  $T_1^C$  stanovený statický fiškálny cieľ,  $\mathcal{G}_{T_1^C}^{s_0}$ , tak trajektória použitá pri riešení úlohy (1)-(4) je proporčne upravená tak, aby fiškálny cieľ po skončení konsolidačného obdobia bol zachovaný. Pokiaľ hodnotená stratégia obsahuje aj dočasné opatrenia, tak po skončení obdobia konsolidácie je v prvom roku vyhodnocovacieho obdobia,  $T_1^E$ , modelovaná dekonsolidácia v objeme zodpovedajúcom dočasným opatreniam.

## Najmenej úspešné konsolidačné stratégie

V rámci diskusie o úspešných konsolidačných stratégiách je vhodné sa zamerať aj na identifikáciu charakteristík najmenej úspešných stratégií, čiže stratégií s najväčšou dodatočnou potrebou konsolidácie v neskoršom období. Postup ich detekcie je podobný hľadaniu úspešných konsolidačných stratégií, s týmito rozdielmi;

- dynamická maximalizačná úloha (2) sa mení na minimalizačnú;

$$\min_S \Delta \mathcal{G}_S^{s_0} \left[ T_1^E, T_{NE}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (28)$$

- statická maximalizačná úloha (8) sa mení na minimalizačnú;

$$\min_z \Delta \tilde{g}_z^S \left[ T_1^E, T_{NE}^E \mid \mathcal{F}_{T_0^C} \right] \quad (29)$$

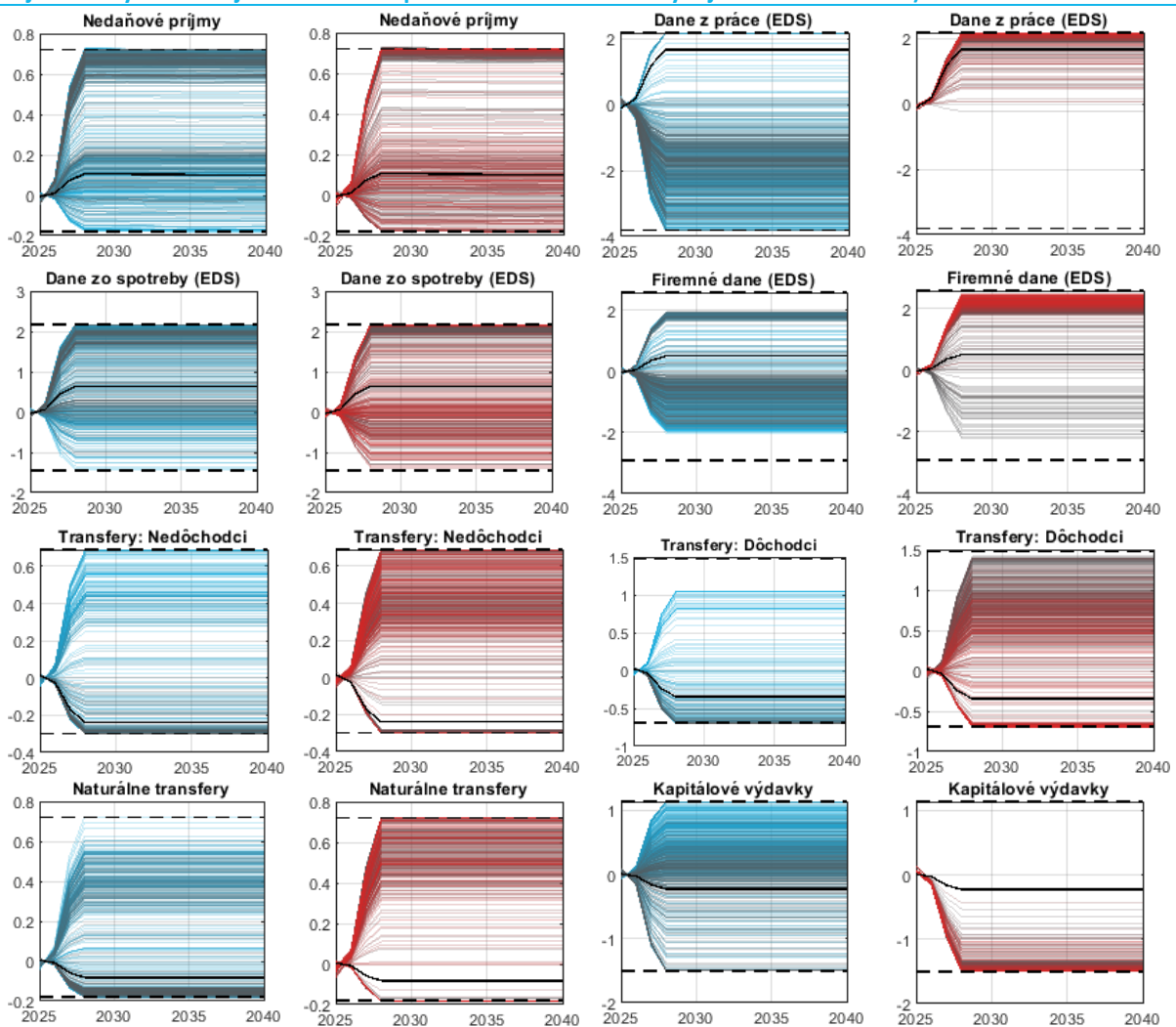
- podmienka dodržania požadovaného konsolidačnej stratégie a cieľa (15) sa otáča.

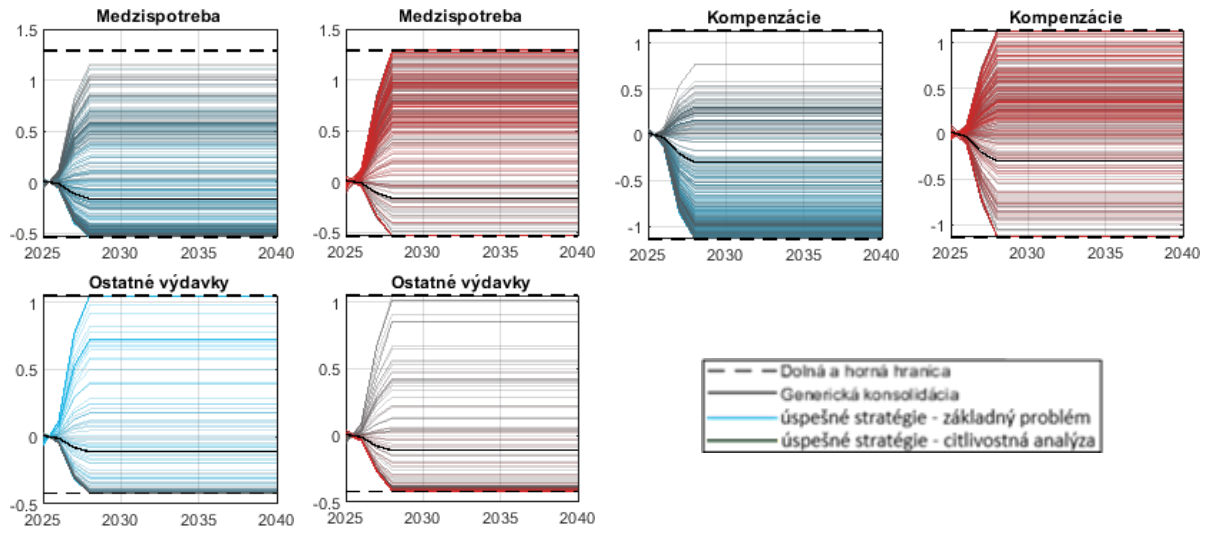
$$G_t^S < G_t^{S_0} + \epsilon; \quad t \in [T_0^C, T_{NC}^C] \quad (30)$$

Definícia problému určenia neúspešných stratégií znamená, že identifikované charakteristiky výsledných simulácií neúspešných konsolidačných stratégií prakticky negujú typické vlastnosti úspešných stratégií (Graf 6):

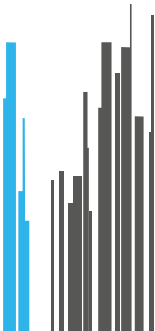
- úspešné konsolidačné stratégie sú postavené na výrazných celkových úsporách na rézii štátu (medzispotreba, kompenzácie, ostatné výdavky) a šetrení na celkovom objeme sociálnych transferov, neúspešné stratégie navyšujú poskytnuté zdroje na tieto oblasti rozpočtu
- úspešné stratégie výrazne menia daňový mix – znižujú dane z ekonomickej aktivity (čo je krátkodobo financované z úspor na rézii štátu a vyšších spotrebných daní) – neúspešné stratégie tieto dane navyšujú a nevyužívajú priestor na spotrebných daniach

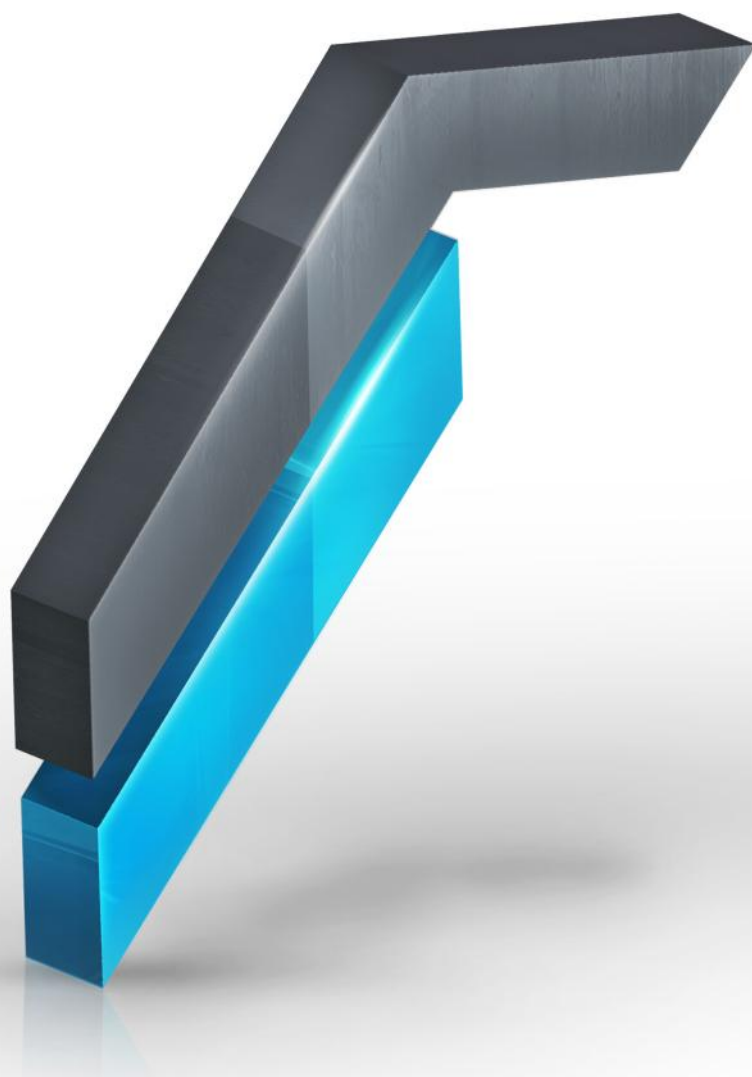
**Graf 66: Úspešné konsolidačné stratégie (základný scenár vs. citlivostný scenár s negatívnymi šokmi, úpravy v jednotlivých nástrojoch udávané v p.b. voči očakávanému vývoju bez konsolidácie)**





Zdroj: RRZ





© Kancelária Rady pre rozpočtovú zodpovednosť

TWIN CITY B

Mlyské nivy 12

821 09 Bratislava

Slovakia

[www.rrz.sk](http://www.rrz.sk)